

Fonction affine et droite

La droite est la courbe (objet graphique) correspondant à la fonction affine. En physique, grâce à la dérivation, on remplace, localement, des fonctions compliquées par des fonctions affines. Elles sont donc TRÈS importante !

Définition

Une fonction affine est une fonction ayant une expression de la forme $f(x) = a \cdot x + b$. Par exemple, $x \mapsto 3x + 7$ est une fonction affine avec $a = 3$ et $b = 7$.

a est le **taux d'accroissement**, et $b = f(0)$.

Taux d'accroissement $\rightarrow$ Si x augmente de Δx , $f(x)$ augmente de $a \cdot \Delta x$.
Par exemple, pour $f(x) = 3x + 7$, on sait que $f(5, 2) = f(5) + 3 \times 0, 2$.

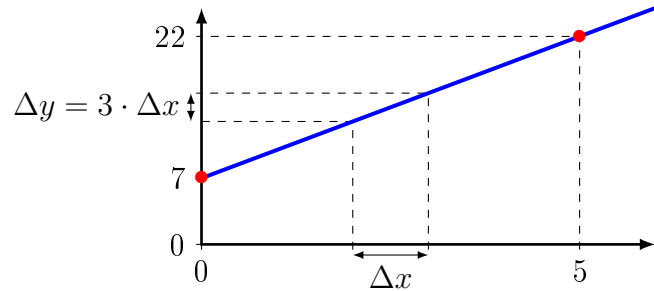
Droite : courbe de la fonction affine

La courbe d'une fonction affine est une droite. Pour tracer la courbe d'une fonction affine, il suffit donc de choisir deux points dans un tableau de valeur, de les placer, et de tracer la droite.

Exemple : $f(x) = 3x + 7$

x	0	5
$f(x)$	7	22

Attention, les axes n'ont pas la même échelle !



Cas $a > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe	$-$	0	$+$
variations	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Exemple $f : x \mapsto 5x + 10 \Rightarrow -\frac{b}{a} = -2$

Cas $a < 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe	$+$	0	$-$
variations	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Exemple $f : x \mapsto -2x + 8 \Rightarrow -\frac{b}{a} = 4$

Équation de droite

Une droite est un **ensemble de points**, chacun ayant des coordonnées $(x; y)$.

L'équation de la droite a la forme $y = m \cdot x + p$.

m est le coefficient directeur ou pente. m définit l'**inclinaison** de la droite. p est l'ordonnée à l'origine.

L'équation est la règle qui dit si un point est sur la droite.

Par exemple, $(D) : y = 3x + 2$:

- Le point $(8; 5)$ n'est pas dessus car $5 \neq 3 \times 8 + 2$
- Le point $(8; 27)$ est dessus car $27 = 3 \times 8 + 2$



$y = m \cdot x + p$ correspond exactement à $f(x) = a \cdot x + b$. On fait exprès de changer les lettres (m à la place de a ...) pour éviter les confusion entre droite et fonction. La droite et la fonction affine vont ensemble mais ce sont deux choses différentes.



On aime donner un nom aux droites. Par exemple, si la droite d'équation $y = 3x + 2$ s'appelle D , on note :

$$(D) : y = 3x + 2$$

Surtout n'écrivez pas : $D = 3x + 2$, ça NE VEUT RIEN DIRE !

Droite par deux points

On cherche l'équation $y = m \cdot x + p$ d'une droite passant par les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$. Cette formule est à connaître par cœur :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{il faut } x_B \neq x_A$$

On trouve ensuite p en utilisant les coordonnées de A ou B , au choix :

$$y_A = m \cdot x_A + p \Rightarrow p = \dots$$

Exemple : $A(-1; 5)$ et $B(7; 9)$

$$m = \frac{9 - 5}{7 - (-1)} = 0,5$$

On en déduit pour p , au point A :

$$5 = 0,5 \times (-1) + p \Rightarrow p = 5,5$$

Pour finir :

$$(AB) : y = 0,5x + 5,5$$

Le travail pour une fonction affine est exactement le même. Seules les notations changent.

- $A(-1; 5)$ devient $f(-1) = 5$ et $B(7; 9)$ devient $f(7) = 9$
- $y = 0,5x + 5,5$ devient $f(x) = 0,5x + 5,5$