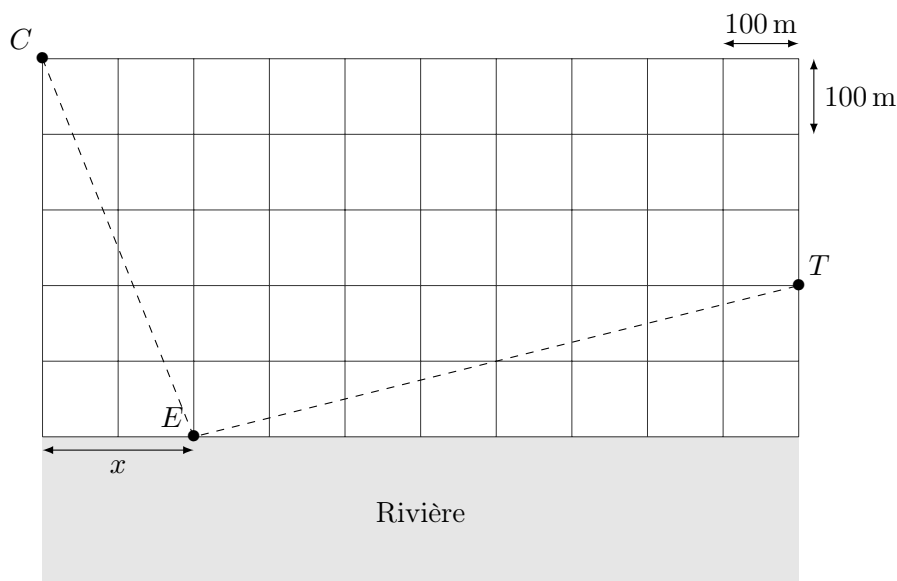


I. Présentation

Imaginons un campeur qui se trouve au point C . Il doit se rendre au point T où se trouve sa tente mais avant cela il doit passer prendre de l'eau. Le chemin passant par E est un chemin a priori possible.



Le quadrillage donne les dimensions : chaque carré a un côté de 100 m.

La question que l'on pose est : **Où faut-il placer le point E pour rendre minimale la longueur totale du parcours ?**

Autrement dit, quelle valeur de x rend le parcours CET minimal ?

II. Premier calcul

La figure représente le cas $x = 200$, exprimé en mètres. On se place dans ce cas là.

1. Calculez la longueur CE ,
2. calculez la longueur ET ,
3. déduisez-en la longueur CET .

III. x quelconque

On souhaite déterminer CET en fonction de x .

1. Exprimez CE en fonction de x ,
2. exprimez ET en fonction de x ,
3. déduisez-en CET en fonction de x .

IV. Recherche du minimum

Vous connaissez maintenant $CET(x)$. Comment pouvez vous trouver le x qui rend $CET(x)$ minimum ?

Ne cherchez rien de compliqué, pas besoin de calculer une dérivée. Une valeur approximative nous convient.

Quand vous aurez trouvé x , placez E sur la figure.

V. Problème de temps minimum

La figure représente une plage (en haut en blanc) et la mer (en bas en gris). Le quadrillage sert à donner les dimensions : chaque carré a un côté de 10 m.

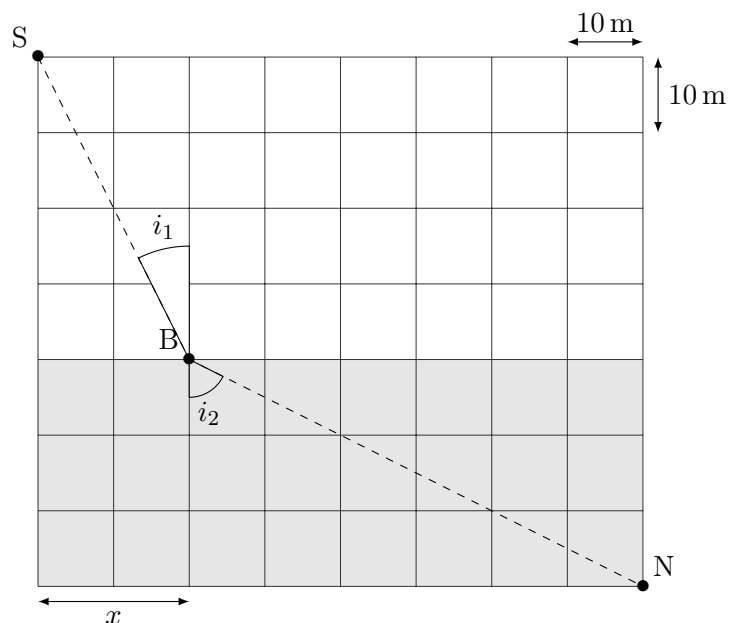
Un nageur est en N. Il est en difficulté.

En S, le sauveteur l'a vu et va courir pour le sauver.

Le sauveteur va beaucoup plus vite en courant sur la plage qu'en nageant : il court à $v_1 = 6$ m/s sur le sable, il nage à $v_2 = 2$ m/s. Le sauveteur voudrait atteindre le nageur le plus vite possible.

Ne tenez pas compte des angles i_1 et i_2 pour l'instant.

1. Si le sauveteur suit le chemin SBN tel que placé sur le graphique, quel sera le temps T mis par le sauveteur à atteindre le nageur ?
2. Plus généralement, si x représente la position du point B, exprimez T en fonction de x .
3. Déterminez le x qui rend T minimum.
4. Tracez le chemin minimum.



VI. Loi de Snell - Descartes

Placez vous dans le cas du chemin le plus rapide, c'est à dire T minimum de la question précédente.

1. En vous aidant du tracé fait à la question précédente, calculez $\sin(i_1)$ et $\sin(i_2)$.
2. Vérifiez que $\frac{1}{v_1} \sin(i_1) = \frac{1}{v_2} \sin(i_2)$

Il s'agit de la loi de Snell - Descartes qui permet de calculer comment un rayon lumineux est dévié quand il change de milieu. Cette loi indique que si la lumière passe d'un matériau où elle se déplace à la vitesse v_1 à un autre milieu où elle se déplace à la vitesse v_2 , elle subira une déviation suivant la loi

$$\frac{1}{v_1} \sin(i_1) = \frac{1}{v_2} \sin(i_2)$$

Autrement dit, tout se passe comme si la lumière empruntait le chemin le plus rapide. On appelle cela le **principe de Fermat** : « La lumière se propage d'un point à un autre sur des trajectoires telles que la durée du parcours soit localement extrême. »

Dans notre exemple, extrême signifie minimale