

Pour les calculs, on prendra :

$$V_E = 5 \cos(\omega t)$$

$$R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$L = 0,5 \text{ H}$$

$$C = 1 \mu\text{F}$$

$$\omega = 1000 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

1 Approche inefficace

Le but de cette section n'est pas que vous fassiez le calcul ou que vous compreniez en détail. Le but est de vous convaincre que cette approche est inutilement compliquée.

On pourrait poser toutes les équations :

$$V_S = R_2 \cdot i_2$$

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt}$$

$$V_E = V_C + R_1 \cdot i$$

$$V_L = L \frac{di_2}{dt}$$

$$V_C = V_L + V_S$$

$$i = i_C + i_2$$

soit 6 équations pour 6 inconnues : i , i_2 , i_C , V_C , V_L , V_S

$$(E) : \left(\frac{R_1}{R_2} LC \right) \ddot{V}_S + \left(\frac{L}{R_2} + R_1 C \right) \dot{V}_S + \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \right) V_S = V_E$$

Soit, une fois remplacées les valeurs :

$$5 \cdot 10^{-7} y'' + 15 \cdot 10^{-4} y' + 2y = 5 \cos(1000t)$$

C'est une équation différentielle du second ordre. La résolution est encore longue. En suivant la méthode en quatre étapes du cours, on aura :

$$y_0 \approx (A \cos(1323t) + B \sin(1323t))e^{-1500t} + Be^{-20t} ; \quad y_1 = S \cos(\omega t + \varphi)$$

Et il faudra encore trouver la bonne valeur pour S et φ , et si on veut trouver A et B , il faudra fixer les conditions initiales de V_S ...

On pourra aller plus vite en considérant que

- la partie y_0 est **transitoire**, elle disparaît vite, elle ne nous intéresse pas,
- en l'absence de y_0 , inutile de calculer A et B ,
- seule la partie y_1 est utile. C'est le seul morceau de la solution qui nous intéresse.

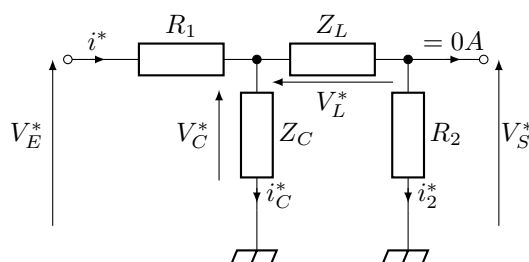
C'est encore long... Remplacer y par $y_1 = S \cos(\omega t + \varphi)$ dans (E) fera une grosse équation avec sin et cos.

2 Méthode complexe

La méthode utilisant des complexes nous permet de trouver S et φ de façon plus rapide :

- On fait **comme si** $V_E^* = Ee^{j\omega t}$. L'étoile sert à se rappeler que ce n'est pas le vrai V_E .
- On traite le circuit sans parler de dérivées. Tous les dipôles fonctionnent comme des résistances. C'est plus facile d'obtenir une équation.
- La résolution est plus rapide, les complexes font économiser les calculs de trigonométrie.

On va donc raisonner sur le circuit suivant :



Principe

$V_E \Rightarrow$ toutes les tensions et intensités le seront.

On va tout passer en complexe notamment $V_S^* = S e^{j\omega t + j\varphi}$.

Dans un condensateur, on a la relation $i_C = C \frac{dU_C}{dt}$. Si $U_C^* = U e^{j\omega t + j\varphi}$ alors $i_C^* = jC\omega U_C^*$ soit $U_C^* = Z_C \cdot i_C^*$ avec $Z_C = \frac{1}{jC\omega}$. De même, dans une inductance, $U_L^* = L \frac{di_L^*}{dt}$ et on obtient $U_L^* = Z_L \cdot i_L^*$ avec $Z_L = jL\omega$.

On peut traiter tous les dipôles comme des résistances complexes (**impédances**). À la fin on obtient $\frac{V_S^*}{V_E^*} = H(j\omega)$ où H est appelée **fonction de transfert** et ne dépend que du circuit.

$$\frac{V_S^*}{V_E^*} = \frac{S e^{j\omega t + j\varphi}}{E e^{j\omega t}} = \frac{S}{E} \cdot e^{j\varphi} = H(j\omega)$$

Par conséquent, $\frac{S}{E} = G(\omega) = |H(j\omega)|$ et $\varphi = \arg H(j\omega)$.

- Donnez la relation reliant V_E^* , V_S^* et toutes les impédances du circuit.
- Déduisez-en l'expression de $H(j\omega)$. Faites l'application numérique.
- Déterminez $\arg H(j\omega)$. Faites l'application numérique.
- Déduisez-en l'expression de $V_S(t)$.

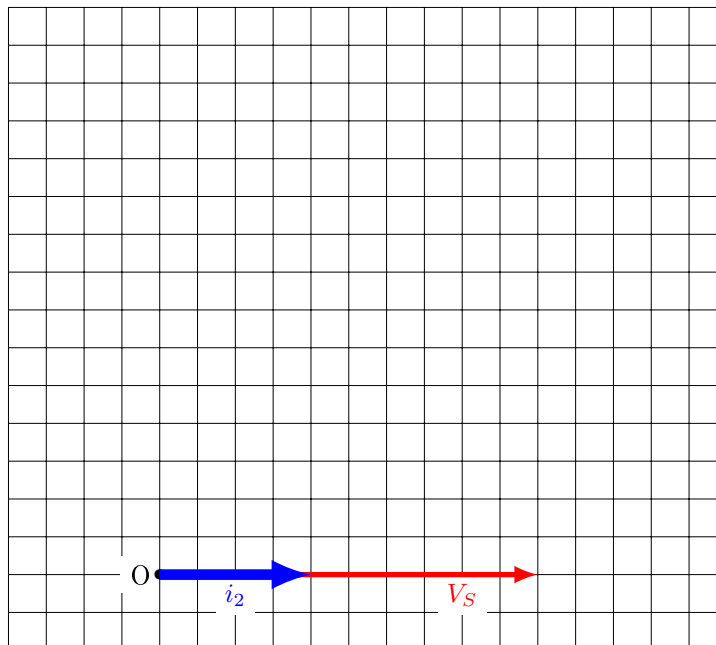
3 Diagramme de Fresnel

On peut obtenir le résultat final par utilisation d'un **diagramme de Fresnel**.

Nous allons partir de i_2 et nous allons construire V_S et V_E progressivement. On choisit 1 comme valeur de référence de i_2 . On le représente par un vecteur de 2 cm.

$V_S = R_2 \cdot i_2 = 1000$ puisque l'on a pris une référence de 1 pour i_2 (peu importe la vraie valeur). Puisque R_2 est réel positif, V_2 est aligné. On choisit une échelle de 5 cm pour représenter cette tension.

Donc $\times 1000 \Omega = \times 2,5$ sur le graphique.



- Faites l'application numérique de Z_L et Z_C .
- Calculez V_L et dessinez-le sur le diagramme.
- Tracez $V_C = V_L + V_S$.
- Déduisez-en i_C et $i = i_2 + i_C$.
- Déduisez-en $R_1 \cdot i$ et donc $V_E = V_C + R_1 \cdot i$.
- Mesurez φ et V_E pour en déduire le gain $\frac{V_S}{V_E}$.