Exercice 1

Calculez u_0, u_1 et u_{10} en arrondissant à $0,01$ près.

(a) $u_n = 2 - 3n$

(b) $u_n = (1,02)^n$

(c) $u_n = (0,2)^n$

(d) $u_n = -\frac{1}{n+1}$

Lesquelles de ces suites sont croissantes ? décroissantes ?

Exercice 2

Calculez u_1 et u_2 :

(1) $u_0 = 2$ et pour $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = u_n + 7$

(2) $u_0 = 1$ et pour $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = \dfrac{3}{2}u_n$

(3) $u_0 = 1$, $u_1 = 1$ et pour $n \geqslant 0$, $u_{n+2} = u_n + u_{n+1}$

Exercice 3 : Définition par récurrence/explicite

Dites si les suites suivantes sont donnée par une relation de récurrence ou une relation explicite :

(1) $u_n = 17\cos(n\pi)$

(2) $u_0 = 2$ et pour $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = 2 - \dfrac{u_n}{2}$

Exercice 4

$u_0 = 7$ et $u_{n+1} = u_n + 11$

(a) Calculer u_1, u_2, u_3, u_4.

(b) Calculer u_{10} et u_{20}.

Exercice 5

$u_0 = 20$, et

$$\text{pour } n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = 0,8\,u_n$$

(1) Calculez u_1, u_2, u_3, u_4 à $0,001$ près

(2) Calculez u_{10} à $0,001$ près

Exercice 6

$u_0 = 1000$ et $q = 1,02$
Donnez u_{10} et u_{20} à $0,001$ près.

Exercice 7 : seuil

Lorsqu'un rayon traverse une certaine plaque de verre, elle perd $\frac{1}{12^e}$ de son intensité lumineuse.

Combien le rayon doit-il traverser de plaques pour perdre la moitié de son intensité ?

Exercice 8

On injecte dans le sang par piqûre intraveineuse une dose de $2\,\text{cm}^3$ d'un antalgique.

L'organisme du patient élimine $5\,\%$ du produit présent tous les quarts d'heure.

On s'intéresse à la quantité d'antalgique, en mm^3, présent dans le sang du patient au bout de n quarts d'heure après le début de l'injection.

La situation peut être modélisée par une suite (u_n) de premier terme $u_0 = 2000$, u_n représentant une estimation de la quantité d'antalgique en mm^3 présent dans le sang du patient après n quarts d'heure.

1. Vérifier que la quantité de produit présent dans le sang du patient un quart d'heure après l'injection est égale à $1\,900\,\text{mm}^3$.
2. (a) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
   (b) En déduire la nature de la suite (u_n).
   (c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
3. Déterminer la limite de u_n lorsque n tend vers $+\infty$. Interpréter le résultat.
4. Le produit est jugé inefficace lorsque la quantité présente dans le sang est inférieure à $1\,500\,\text{mm}^3$.
   Déterminer au bout de combien de quarts d'heure le produit devient inefficace.

Exercice 9

Dans un parc régional, on étudie une espèce de renards. Cette population était de 1 240 renards à la fin de l'année 2016.

On modélise par u_n le nombre de renards dans le parc régional à la fin de l'année $2016 + n$. On a donc $u_0 = 1\,240$. On estime à 15% par an la baisse du nombre u_n. On suppose que cette évolution restera identique pour les années à venir.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

1. Montrer qu'à la fin de l'année 2017, la population de renards sera de 1 054.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n) et préciser ses éléments caractéristiques.
3. Déterminer une estimation du nombre de renards présents dans le parc régional à la fin de l'année 2030.
4. Déterminer la limite de la suite (u_n). Comment interpréter ce résultat ?
5. Des scientifiques considèrent que l'espèce des renards présents dans le parc sera en situation d'extinction à partir du moment où le nombre de renards deviendra strictement inférieur à 100.
   À partir de quelle année l'espèce de renards présents dans le parc sera-t-elle en situation d'extinction ?
6. Afin de préserver l'espèce, on décide d'introduire à chaque année 30 renards à partir de la fin de l'année 2017.
   On note v_n le nombre de renards présents dans le parc à la fin de l'année $2016 + n$. On estime à 15% par an la baisse du nombre v_n.
   On a $v_0 = 1\,240$.
   (a) Calculer v_1.
   (b) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.
   (c) Soit $w_n = v_n - 200$. Montrer que (w_n) est géométrique. En déduire le terme général w_n. En déduire enfin que $v_n = 200 + 1040 \cdot 0,85^n$.
   (d) La réintroduction est-elle un succès ?