

Graphes – Algorithme de Dijkstra

Dans cette fiche on voit une façon de noter et de suivre le déroulement de l'algorithme de Dijkstra.

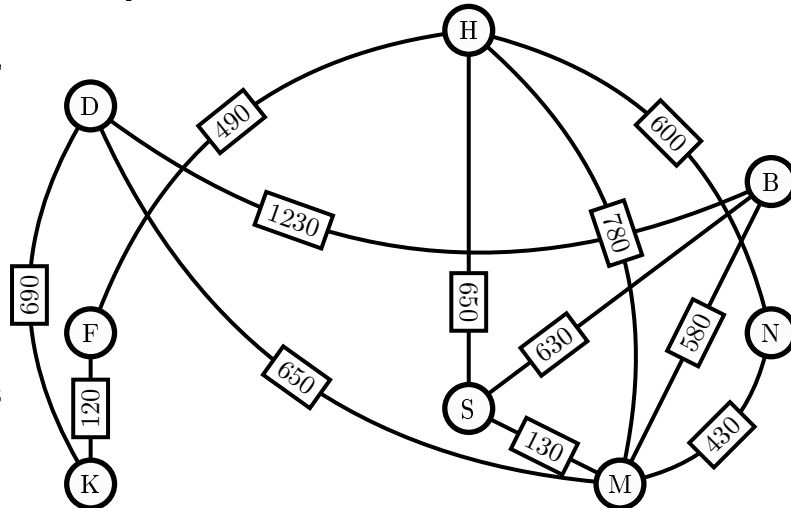
Exemple

À l'occasion de la coupe du monde de football 2006 en Allemagne, une agence touristique organise des voyages en car à travers les différentes villes où se joueront les matchs d'une équipe nationale. Les routes empruntées par les cars sont représentées par le graphe ci-dessous. Le long de chaque arête figure la distance en kilomètres séparant les villes.

Les lettres B, D, F, H, K, M, N et S représentent les villes :

- Berlin,
- Dortmund,
- Francfort,
- Hambourg,
- Kaiserslautern,
- Munich,
- Nuremberg,
- Stuttgart.

On veut trouver un plus court chemin pour le trajet Kaiserslautern - Berlin.



Pour noter l'évolution on construit un tableau. Voyons comment on construit la première ligne :

- Kaiserslautern étant le point de départ, on lui donne la valeur 0 (première ligne)
- Pour noter que c'est le sommet K qui est en cours de traitement, on entoure la valeur de K.
- On calcule dans le même mouvement la valeur de tous les voisins pouvant être atteints depuis K et on note que ce score est obtenu à partir de K.

Par exemple, D peut être atteint avec un coût 690 depuis K et K a une valeur de 0 on pourra donc noter en D : $K \rightarrow 690$.

K	F	D	H	S	B	M	N
<u>0</u>	$K \rightarrow 120$	$K \rightarrow 690$	∞	∞	∞	∞	∞

Puis on poursuit en sélectionnant F qui a le score le plus petit. Je souligne K pour indiquer qu'il a déjà été traité. F permet de modifier le score de H.

K	F	D	H	S	B	M	N
<u>0</u>	$K \rightarrow 120$	$K \rightarrow 690$	∞	∞	∞	∞	∞
<u>0</u>	<u>$K \rightarrow 120$</u>	$K \rightarrow 690$	$F \rightarrow 610$	∞	∞	∞	∞

Il n'y a plus qu'à poursuivre. On s'arrête quand B est sélectionné (puisque c'est la destination) ou quand tous ont été sélectionnés sauf un.

K	F	D	H	S	B	M	N
<u>0</u>	$K \rightarrow 120$	$K \rightarrow 690$	∞	∞	∞	∞	∞
<u>0</u>	<u>$K \rightarrow 120$</u>	$K \rightarrow 690$	$F \rightarrow 610$	∞	∞	∞	∞
<u>0</u>	<u>$K \rightarrow 120$</u>	$K \rightarrow 690$	<u>$F \rightarrow 610$</u>	$H \rightarrow 1260$	∞	$H \rightarrow 1390$	$H \rightarrow 1210$
<u>0</u>	<u>$K \rightarrow 120$</u>	<u>$K \rightarrow 690$</u>	<u>$F \rightarrow 610$</u>	$H \rightarrow 1260$	$D \rightarrow 1920$	$D \rightarrow 1340$	$H \rightarrow 1210$
<u>0</u>	<u>$K \rightarrow 120$</u>	<u>$K \rightarrow 690$</u>	<u>$F \rightarrow 610$</u>	<u>$H \rightarrow 1260$</u>	$S \rightarrow 1890$	$D \rightarrow 1340$	<u>$H \rightarrow 1210$</u>
<u>0</u>	<u>$K \rightarrow 120$</u>	<u>$K \rightarrow 690$</u>	<u>$F \rightarrow 610$</u>	<u>$H \rightarrow 1260$</u>	$S \rightarrow 1890$	<u>$D \rightarrow 1340$</u>	<u>$H \rightarrow 1210$</u>

Terminé. Le chemin est $K \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow S \rightarrow B$, de 1890 km.