

Calcul littéral : résolution

Vocabulaire

- une équation contient un $=$,
- une inéquation contient un symbole d'inégalité : $<$, $\leq$, $>$, $\geq$.

Une équation / inéquation contient également des opérateurs ($+$, $-$, $\times$, $\div$, $\sqrt{}$, ...), des nombres et des symboles (x , t , ...)

L'expression **à gauche** du symbole d'égalité/inégalité est le **membre de gauche**. L'expression à droite est le **membre de droite**.

Résoudre une équation / inéquation, c'est choisir un des symboles et déterminer l'**ensemble** des valeurs qu'il doit prendre pour rendre l'égalité / inégalité vraie.

Manipulation autorisées

Une inéquation est une affirmation. On a le droit de faire des manipulations qui changent la façon dont s'écrit l'affirmation mais pas l'affirmation elle-même.

- (1) On a le droit d'ajouter (enlever) la même quantité à gauche et à droite.
- (2) On a le droit de multiplier (diviser) par la même quantité gauche et à droite **sauf** 0.
- (3) Multiplier (diviser) par un **négatif** renverse le sens d'une inéquation.

Exemple d'équation

$$\begin{aligned} 3x + 5 = 17 &\Leftrightarrow 3x + 5 + (-5) = 17 + (-5) \\ &\Leftrightarrow 3x = 12 \\ &\Leftrightarrow 3x \div 3 = 12 \div 3 \\ &\Leftrightarrow x = 4 \end{aligned}$$

Les $\Leftrightarrow$ signifient que les différentes égalités sont équivalentes. Affirmer « $3x+5 = 17$ » est équivalent à affirmer « $x = 4$ ». Donc l'unique solution est $x = 4$.

Exemple d'inéquation

$$\begin{aligned} 8x + 17 \leq 12x + 27 &\Leftrightarrow 8x + 17 + (-17) \leq 12x + 27 + (-17) \\ &\Leftrightarrow 8x \leq 12x + 10 \\ &\Leftrightarrow 8x + (-12x) \leq 12x + 10 + (-12x) \\ &\Leftrightarrow -4x \leq 10 \\ &\Leftrightarrow -4x \div (-4) \geq 10 \div (-4) \quad \text{retournement inégalité!} \\ &\Leftrightarrow x \geq -\frac{10}{4} \end{aligned}$$

L'ensemble solution est alors $[-\frac{10}{4}; +\infty[$.

Exercices : Résoudre en x

- | | | |
|--|--|---|
| a) $5x + 7 = 3x + 9$ | f) $2x + 4 = 2x + 9$ | k) $a \cdot x + b = A \cdot x + B$ |
| b) $2x + 11 = -4x + 5$ | g) $2x + 4 = 2x + 4$ | l) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}x \geq \frac{1}{2}(x - 3)$ |
| c) $9x + 1 = 3x + 2\pi + 1$ | h) $\frac{3}{2+x} = \frac{1}{5+2x}$ | m) $5x + 12 < 2x + 9$ |
| d) $1 + \frac{2}{1+x} = 3 + \frac{4}{1+x}$ | i) $(x+3)^2 = (x+5)^2$ | n) $x^2 + 3x + 1 > 5x + x^2 - 2$ |
| e) $x + 5y = 2y + 1 - 3x$ | j) $(a \cdot x + b)^2 = (a \cdot x + c)^2$ | o) $a \cdot x + b > 0$ avec $a > 0$ |