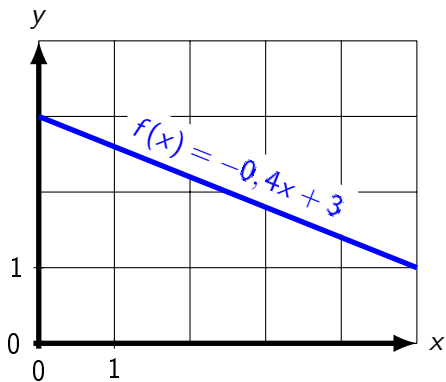




Fonction affine

I. Définition

On appelle **fonction affine** une fonction f dont l'expression peut se mettre sous la forme :

$$f(x) = a \cdot x + b \quad a, b \in \mathbb{R}$$

Exemple : $f(x) = 3x + 2$

$a = 3 ; b = 2$

On appelle **fonction affine** une fonction f dont l'expression peut se mettre sous la forme :

$$f(x) = a \cdot x + b \quad a, b \in \mathbb{R}$$

Exemple : $f(x) = 3x + 2$

$$a = 3 ; b = 2$$



- Si $a = 0$, on dit que f est **constante**,
- si $b = 0$, on dit que f est **linéaire**.

Exercice 1 Reconnaître a et b dans les cas suivants :

a) $f(x) = 5x + 4$

e) $f(x) = 19$

b) $f(x) = x + 12$

f) $f(x) = \frac{2x}{3} - \sqrt{12}$

c) $f(x) = 5 - 3x$

g) $f(x) = \frac{2x + 7}{3}$

d) $f(x) = -x$

Exercice 2 Laquelle de ces fonctions est affine ?

a) $f(x) = 2x + 3 - x^2$

b) $g(x) = (x + 2)^2 - x^2$

Exercice 3 $f(x) = 9x + 4$

a) Calculez $f(0)$; $f(-9)$; $f(5)$

b) Résoudre $f(x) = 0$; $f(x) = 25$

Exercice 4

Soit f la fonction d'expression $f(x) = 1,5x + 5$

- Complétez le tableau de valeurs ci-dessous.
- Précisez les accroissements sur les flèches.
- Vérifiez que les accroissements sont proportionnels.



C'est toujours le cas avec une fonction affine.

x	0	10	20	50	100	200
$f(x)$						

Diagram illustrating the increments between the x-values: $+10$ between 0 and 10, and $+10$ between 10 and 20. Curved arrows indicate the increments between consecutive x-values: 0 to 10, 10 to 20, 20 to 50, 50 to 100, and 100 to 200. Similar curved arrows are shown below the x-axis for the corresponding increments in the function values $f(x)$.

II. Variations

$$f(x) = a \cdot x + b$$

Exercice 5 Cas $a > 0$ Montrer que

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

Exercice 6 Cas $a < 0$ Montrer que

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Exercice 7 Dans le cas $a \neq 0$, Montrer que quelque soit M , on trouve exactement une solution à $f(x) = M$.



Les exercices qui précèdent permettent de prouver que l'on a ces tableaux.

Les variations dans le cas $a = 0$, f constante, n'ont pas grand intérêt...

Cas $a > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
f	$-\infty$	$+\infty$

Cas $a < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
f	$+\infty$	$-\infty$

Exercice 8 Dire lesquelles de ces fonctions sont croissantes / décroissantes / constantes :

a) $f(x) = 5x + 4$

b) $f(x) = x + 12$

c) $f(x) = 5 - 3x$

d) $f(x) = -x$

e) $f(x) = 19$

f) $f(x) = \frac{2x}{3} - \sqrt{12}$

III. Courbe

f est affine $\Leftrightarrow \mathcal{C}_f$ est une droite.

 C'est évident après le cours sur les équations de droites. Tracer la courbe d'une fonction affine revient donc à tracer une droite dont l'équation est donnée.

Exercice 9 Tracer la courbe des fonctions suivantes.

Utilisez une repère avec $-2 \leq x \leq 8$ et $-1 \leq y \leq 6$

a) $f : x \mapsto x$

b) $g : x \mapsto -x + 4$

c) $h : x \mapsto \frac{1}{2}x + 1$

IV. Signe

Exercice 10 Soit $f(x) = a \cdot x + b$ avec $a \neq 0$.

Résoudre $f(x) = 0$.



L'exercice précédent et les variations nous permettent de déduire les tableaux de signes suivants.

Cas $a > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

Cas $a < 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

Exercice 11

Faites le tableau de signe des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$.

a) $f(x) = -x + 5$

b) $g(x) = \frac{2x + 5}{3}$

V. Calculer a et b

Prenons un exemple : On sait que

- f est affine,
- $f(3) = 5$
- $f(9) = 12$

Quelle est l'expression de f ?

Prenons un exemple : On sait que

- f est affine,
- $f(3) = 5$
- $f(9) = 12$

Quelle est l'expression de f ?



Même chose que pour une droite.

fonction affine	$f(x) = a \cdot x + b$	$f(x)$	a	b
équation réduite	$y = m \cdot x + p$	y	m	p

- f affine $\Rightarrow f(x) = a \cdot x + b$
- $a = \frac{12 - 5}{9 - 3} = \frac{7}{6}$
- $f(3) = \frac{7}{6} \times 3 + b \Rightarrow 5 = \frac{7}{6} \times 3 + b \Rightarrow \frac{23}{6} = b$
- Donc $f(x) = \frac{7}{6}x + \frac{23}{6}$

Exercice 12

Deux sociétés de taxis proposent des tarifs :

- **Taxi 1** : 5 € de prise en charge et 0,80€ au km.
- **Taxi 2** : 3 € de prise en charge et 1,10€ au km.

Selon la distance parcourue, laquelle est la moins chère ?

Exercice 13

Le point M appartient au segment $[AB]$. Pour quelle position de M les deux triangles ont-ils la même aire ?

