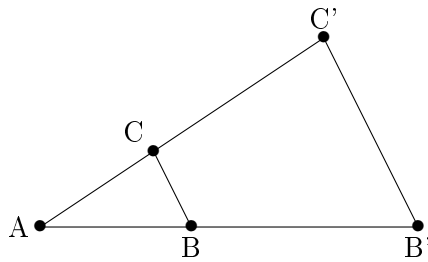


## Géométrie – rappels – exercices

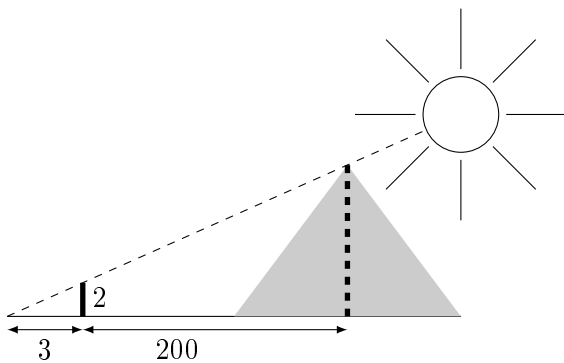
### Théorème de Thalès



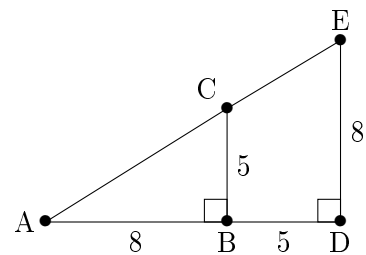
Soient cinq points du plan  $A, B, C, B'$  et  $C'$ .

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'} \Leftrightarrow (BC) \parallel (B'C')$$

### Exemple d'application



Quelle est la hauteur de la pyramide ?



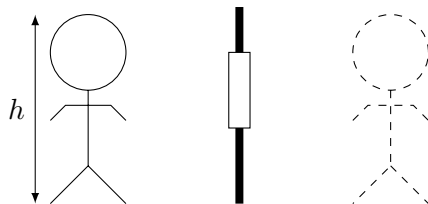
Les points A, C et E sont-ils alignés ?

### Démonstration

On reprend la figure donnée plus haut. On va démontrer que :

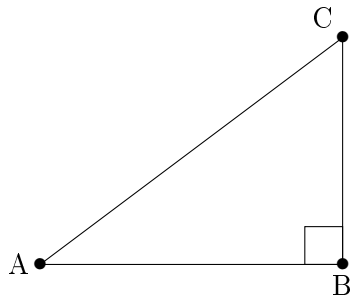
$$(BC) \parallel (B'C') \Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'}$$

- 1) Justifier que  $\frac{\text{aire}(ABC)}{\text{aire}(AB'C)} = \frac{AB}{AB'}$
- 2) De même, justifier que  $\frac{\text{aire}(ABC)}{\text{aire}(ABC')} = \frac{AC}{AC'}$
- 3) Justifier que  $\text{aire}(B'C'C) = \text{aire}(B'C'B)$ .
- 4) En déduire que  $\text{aire}(ABC') = \text{aire}(ACB')$ .
- 5) En déduire que  $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'}$



Une personne se regarde dans un miroir. Tout se passe comme s'il existait un monde du miroir symétrique et que la personne regardait ce monde par une fenêtre (le miroir).

Quelle hauteur doit avoir le miroir au minimum pour que la personne puisse se voir en entier ?

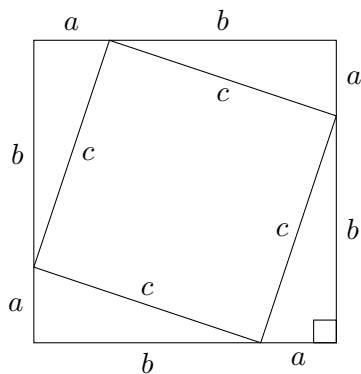
**Théorème de Pythagore ( $\Rightarrow$ ) et réciproque ( $\Leftarrow$ )**

$$ABC \text{ rectangle en } B \Leftrightarrow AB^2 + BC^2 = AC^2$$

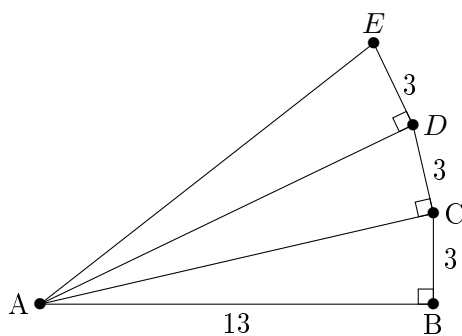
**Démonstration théorème de Pythagore**

Il existe de nombreuses démonstrations. En voici une.

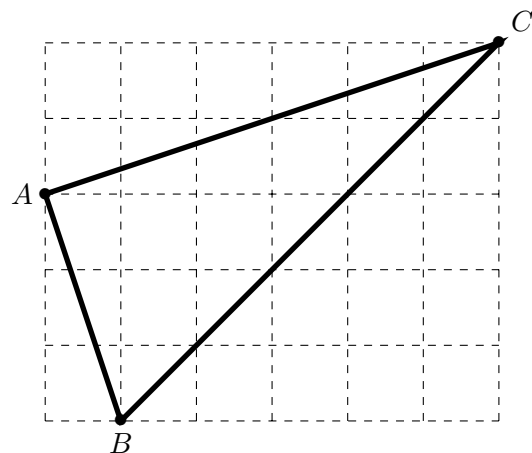
On prend 4 copies d'un même triangle rectangle de côté  $a$ ,  $b$  et  $c$  pour former un carré. Il est évident que le quadrilatère intérieur a 4 côté égaux, c'est donc un losange. Mais il faut prouver que ce quadrilatère est aussi un carré.



- 1) Montrer que le quadrilatère intérieur a des angles droits.  
 $\Rightarrow$  c'est donc un carré.
- 2) Comme la forme complète est un carré de côté  $a + b$ , donnez son aire.
- 3) Comme la forme est constituée de 4 triangle et un carré central, donnez son aire (d'une façon différente).
- 4) Conclure.

**Exemples d'application**

Calculer la valeur exacte de  $AE$ .



$ABC$  est-il rectangle ?

Si oui, précisez en quel sommet.

Montrer que le triangle ayant pour côtés  $2$ ,  $x - \frac{1}{x}$  et  $x + \frac{1}{x}$ , avec  $x > 1$ , est un triangle rectangle. Utilisez cette relation pour proposer quelques triangles rectangles aux côtés de longueurs entières.