

1 Préalable

Nous allons démontrer que $x \mapsto \frac{1}{x}$ définie sur $\mathbb{R}^{*+}$ est décroissante.

Partez de $0 < a < b$ puis multipliez successivement par $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$. Concluez.

2 Étude de fonction

Soit f la fonction définie sur $]2; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$$

1) Soient a et b , deux nombres réels tels que $2 < a < b$.

a) Démontrer que $f(b) - f(a) = \frac{5(a-b)}{(b-2)(a-2)}$

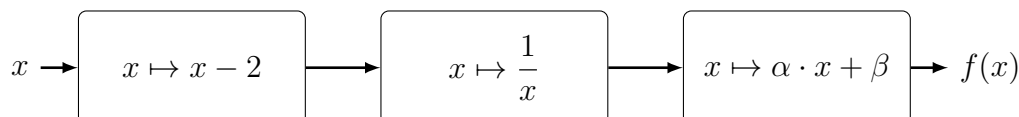
b) Étudier le signe de $f(b) - f(a)$.

c) En déduire que f est décroissante sur $]2; +\infty[$.

2) Autre approche :

a) Montrer que $f(x) = \frac{\alpha}{x-2} + \beta$. Déterminez les valeurs de α et β .

b) Présentez f comme la suite de trois fonctions et concluez sur la décroissance de f .



3) Montrer que $f(x) = 2$ n'a pas de solution.

4) Montrer que $f(x) = M$ a toujours une solution pour $M > 2$ et que cette solution est $f(M)$.

5) Tracer le tableau de variation de f en précisant ce qu'il faut mettre au bout des flèches bout des flèches.

3 ligne d'horizon

Toutes les valeurs sont exprimées en mètre.

Un colline a la forme correspondant à la courbe d'équation $y = 20 - \frac{x^2}{4}$ pour x tel que $y \geq 0$. On a planté un pieu de 1 de hauteur sur le sommet.

On considère un bonhomme de hauteur 2 (pour faire simple) en bas de la colline.

On se demande à quelle distance du pied de la colline doit se placer le bonhomme pour commencer à apercevoir le haut du pieu.

Sur le schéma (pas du tout à l'échelle), depuis A on ne voit pas le pieu mais depuis B on le voit.

Bien sûr, on attend de vous une **solution exacte**!

