

Exercice 1 Pour chacun des nombres suivants :

- Donnez un encadrement à 10^{-2} près et donnez un arrondi à 10^{-2} près.
- Même chose mais à 0,001 près.

a) $\sqrt{5}$ b) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ c) $\pi + \frac{1}{3}$ d) $\sqrt{10} - \pi$

Exercice 2 La vitesse de la lumière est exactement de $c = 299\,792\,458$ m/s et la lumière met le temps $T = 8$ minutes et 19 secondes pour nous arriver du Soleil.

- En quelle unité convient-il de mettre T pour simplifier le calcul ?
- Donnez la distance d de la Terre au Soleil.
- La valeur de T n'est probablement pas exacte. À votre avis, comment cette valeur a-t-elle été arrondie ?
- Donnez alors un encadrement de T et déduisez-en un encadrement de d .
- Déduisez-en une approximation de la distance d scientifiquement pertinente.

Exercice 3 Dans tous les cas

- Réduire la fraction si possible ;
- l'écrire sous la forme $a + \frac{b}{c}$ avec a, b, c entiers et $0 \leq b < c$;
- indiquer si le nombre est dans $\mathbb{D}$

a) $\frac{73}{9}$ c) $\frac{11}{3} - \frac{1}{6}$ e) $\frac{14}{3} + \frac{52}{21}$ g) $\frac{980}{105}$
 b) $\frac{12}{50}$ d) $\frac{221}{100}$ f) $\frac{1}{1 - \frac{276}{345}}$ h) $2 \times \frac{1500}{7500}$

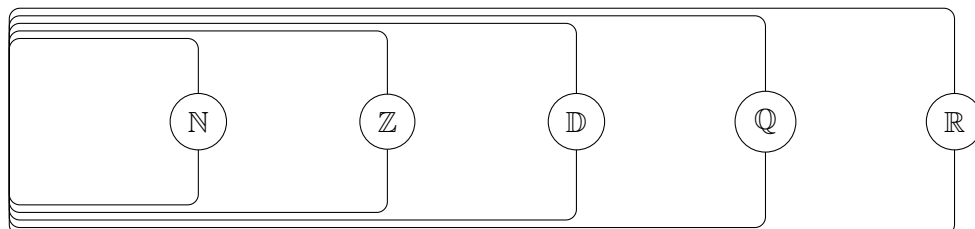
Exercice 4 preuve de [E6](#)

Prenons x dans $\mathbb{D}$ et dans $\mathbb{Q}$.

- Justifier que $x = \frac{p}{q}$. On peut supposer que cette écriture est irréductible, c'est à dire que p et q n'ont aucun facteur premier en commun.
- Justifier que $x = \frac{a}{10^n}$
- En déduire que $q \times a = p \times 10^n$
- En déduire que q ne peut avoir comme facteurs premiers que 2 et 5.
- En déduire qu'il existe des nombres de $\mathbb{Q}$ qui ne sont pas dans $\mathbb{D}$.

Exercice 5 Placez chacun des nombres suivants dans l'ensemble adapté.

0 ; 1 ; -2 ; $4,52$; $\frac{2}{3}$; $\frac{23}{100}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{25}$; $\frac{17}{23}$; $\frac{49}{35}$; $-\frac{195}{65}$; π ; $0,1234567891011\dots$



Exercice 6 Preuve de [E8](#)

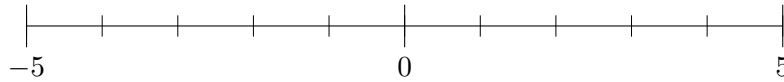
On raisonne par l'absurde en supposant $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$. Cela revient à supposer que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ et on l'on peut de plus supposer que cette écriture est irréductible : p et q n'ont aucun facteur premier en commun.

- En déduire que $p^2 = 2q^2$.
- En déduire que p est pair.

- c) En déduire que q doit être pair également.
 d) En déduire qu'il y a contradiction.
 e) Conclure.

De façon générale on peut prouver que les nombres de $\mathbb{Q}$ sont ceux dont l'écriture décimale est périodique à partir d'un certain point. Donc, les nombres de $\mathbb{R}$ qui ne sont pas dans $\mathbb{Q}$ sont ceux dont l'écriture n'est jamais périodique. L'écriture de $\sqrt{2}$ tout comme celle de π , est infinie et ne se répète pas.

Exercice 7 Représentez l'intervalle $] -2, 5 ; 3]$ sur la droite des réels ci-dessous.



Exercice 8 Représentez les intervalles suivants sur une droite des réels (comme celle dans l'exercice précédent)

- a) $[0 ; 4]$ b) $] -1 ; \sqrt{3}]$ c) $\left] -\frac{2}{3} ; 4 \right]$ d) $[-4 ; 2, 2[$

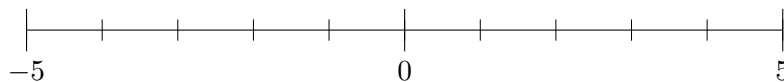
Exercice 9 Même chose avec ∞

- a) $[-1 ; +\infty[$ b) $] -\infty ; 4, 1]$ c) $\left] -\frac{5}{2} ; +\infty \right[$ d) $] -\infty ; +\infty[$

Exercice 10 Donnez le plus petit intervalle A de forme $A = [a ; b[$ où a et b sont des entiers, de telle sorte que $B \subset A$

- a) $B = [2 ; 10]$ b) $B = \left] \sqrt{2} ; \frac{100}{3} \right[$ c) $B = [\sqrt{2} ; \sqrt{3}[$

Exercice 11 Représentez sur la droite des réels ci-dessous les intervalles $[-0, 5 ; 4[$ et $] -2 ; 2[$ et déduisez-en l'intervalle correspondant à $[-0, 5 ; 4[\cap] -2 ; 2[$



Exercice 12 Faites de même pour les cas suivants.

- a) $] -3 ; \sqrt{3} \cap \left] -\frac{1}{2} ; 1, 7 \right]$ c) $[2 ; +\infty \cap] -\infty ; -1[$
 b) $] -\infty ; 2] \cap] -1 ; +\infty[$ d) $[2 ; +\infty \cap] 0 ; +\infty[$

Exercice 13 Donnez sous forme d'intervalle les ensembles solutions des inégalités suivantes.

- a) $x < 3$ b) $x \geq \frac{3}{5}$ c) $-2 \leq x \leq 17$ d) $8 > x \geq 0$

Exercice 14 Résoudre les inéquation suivantes et donnez l'ensemble solution sous forme d'un intervalle.

- a) $3x + 4 > 11$ b) $0,5x + 2 \leq x - 4$ c) $\frac{x+8}{2} \geq 5$ d) $\frac{x}{3} - \frac{2}{5} < \frac{4}{3}$

Exercice 15 Considérons $x = \sqrt{90 + \sqrt{90 + \sqrt{90 + \sqrt{\dots}}}}$

- a) Montrez que $x^2 = 90 + x$
 b) Montrez que cette équation est équivalente à $(x - 10) \cdot (x + 9) = 0$
 c) En déduire une valeur possible de x .

On peut faire la même chose avec $x = \sqrt{A + \sqrt{\dots}}$ dès lors que A est de la forme $n \cdot (n - 1)$.