

Calcul littéral : résolution – cas simple

Vocabulaire

- une équation contient un $=$,
- une inéquation contient un symbole d'inégalité : $<$, $\leq$, $>$, $\geq$.

Une équation / inéquation contient également des opérateurs ($+$, $-$, $\times$, $\div$, $\sqrt{}$, ...), des nombres et des symboles (x , t , ...)

L'expression **à gauche** du symbole d'égalité/inégalité est le **membre de gauche**.

L'expression à droite est le **membre de droite**.

Résoudre une équation / inéquation, c'est choisir un des symboles et déterminer l'**ensemble** des valeurs qu'il doit prendre pour rendre l'égalité / inégalité vraie.

Manipulation autorisées

Une inéquation est une affirmation. On a le droit de faire des manipulations qui changent la façon dont s'écrit l'affirmation mais pas l'affirmation elle-même.

- (1) On a le droit d'ajouter (enlever) la même quantité à gauche et à droite.
- (2) On a le droit de multiplier (diviser) par la même quantité gauche et à droite **sauf 0**.
- (3) Multiplier (diviser) par un **négatif** renverse le sens d'une inéquation.

Deux exemples

$$\begin{array}{ll}
 3x + 5 = 17 + x & 8x + 17 \leq 12x + 27 \\
 (-5) \Leftrightarrow 3x = 12 + x & (-17) \Leftrightarrow 8x \leq 12x + 10 \\
 (-x) \Leftrightarrow 2x = 12 & (-12x) \Leftrightarrow -4x \leq 10 \\
 (\div 2) \Leftrightarrow x = 6 & (\div -4) \Leftrightarrow x \geq -\frac{10}{4}
 \end{array}$$

Chaque ligne est comme une affirmation (vrai/faux) et les $\Leftrightarrow$ signifient que ces différentes affirmations sont équivalentes.

Affirmer « $3x + 5 = 17$ » est équivalent à affirmer « $x = 4$ ».

Donc l'unique solution à gauche est $x = 4$.

Exercices : Résoudre en x

Certaines équations / inéquations ont une condition implicite.

Par exemple, si on divise $\frac{?}{x+1}$, alors forcément, $x+1 \neq 0$.

- | | | |
|--|---|---|
| a) $5x + 7 = 3x + 9$ | h) $2x + 4 = 2x + 9$ | o) $\frac{12 + 5x}{x - 2} = 10$ |
| b) $2x + 11 = -4x + 5$ | i) $2x + 4 = 2x + 4$ | p) $a \cdot x + b = M, a \neq 0$ |
| c) $\frac{x+2}{5} = \frac{3x+7}{5}$ | j) $\frac{3}{2+x} = \frac{1}{5+2x}$ | q) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}x \geq \frac{1}{2}(x-3)$ |
| d) $\frac{6-7x}{5} = \frac{x+9}{2}$ | k) $(x+3)^2 = (x+5)^2$ | r) $x^2 + 3x + 1 > 5x + x^2 - 2$ |
| e) $9x + 1 = 3x + 2\pi + 1$ | l) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}x = x - \frac{1}{5}$ | s) $a \cdot x + b > M$ avec $a > 0$ |
| f) $1 + \frac{2}{1+x} = 3 + \frac{4}{1+x}$ | m) $5x - 3 < 2x + 1$ | t) $(a \cdot x + b)^2 = (a \cdot x + c)^2$ |
| g) $x + 5y = 2y + 1 - 3x$ | n) $5x + 12 < 2x + 9$ | |