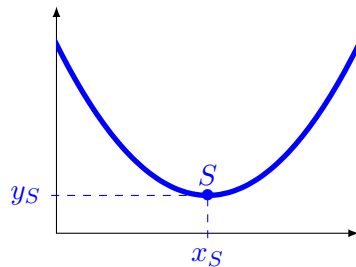


Second degré – fiche méthode

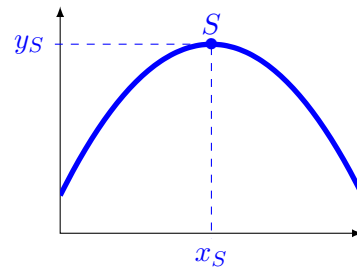
$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$$

Courbe

Cas $a > 0$



Cas $a < 0$



Dans tous les cas : $x_S = -\frac{b}{2a}$ et $y_S = f(x_S)$.

Tableau de variation

Cas $a > 0$

x	$-\infty$	x_S	$+\infty$
f	$+\infty$	y_S	$+\infty$

Cas $a < 0$

x	$-\infty$	x_S	$+\infty$
f	$-\infty$	y_S	$-\infty$

forme canonique

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ peut toujours se mettre sous la forme : $f(x) = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$

Preuve :

$$\begin{aligned} a \cdot (x - x_S)^2 + y_S &= a \cdot (x^2 - 2 \cdot x \cdot x_S + x_S^2) + y_S \\ &= a \cdot x^2 + (-2 \cdot a \cdot x_S) \cdot x + (a \cdot x_S^2 + y_S) \\ &= a \cdot x^2 + b \cdot x + c \end{aligned}$$

On voit donc qu'il suffit de choisir x_S tel que $-2 \cdot a \cdot x_S = b$ puis y_S tel que $a \cdot x_S^2 + y_S = c$ pour que l'égalité soit vérifiée. Il est donc toujours possible de choisir x_S et y_S de façon à écrire $f(x)$ sous sa forme canonique.

Remarque : Vous verrez parfois écrit $f(x) = a \cdot (x - \alpha)^2 + \beta$. C'est la même chose avec α à la place de x_S et β à la place de y_S . Le problème de l'écriture avec α et β est que ces deux lettres grecques ne portent aucune signification particulière. Au contraire, x_S et y_S disent clairement que ces deux nombres correspondent aux coordonnées du sommet.

Exemple d'utilisation : résoudre une équation

On a $f(x) = 2x^2 - 12x + 25$ et on souhaite résoudre $f(x) = 15$.

- Mettre $f(x)$ sous forme canonique
- Poser $f(x) - 15 = 0$ avec cette forme.
- Simplifier, faire la factorisation par identité remarquable $A^2 - B^2$.
- Résoudre par équation produit.